4 Potenser og formler

Overskriftene viser til delkapitlene i boka. Først kommer et formelark for hele kapittelet. Under hver overskrift står gjennomregnede eksempler med løsning, og deretter oppgaver du skal løse uten PC. Regn uten kalkulator der tallene er enkle. Fasiten står bakerst.

Formelark

RØTTER OG POTENSER

Pytagoras' setning

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Regneregel for kvadratrot

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Multiplisere potenser

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Dele potenser

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potens av potens

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Negativ eksponent

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $\sqrt{a+b}$ er ikke $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- $a^0 = 1$.
- Reglene for potenser gjelder bare for samme grunntall.

STANDARDFORM

Standardform

$$a \cdot 10^n, \quad 1 \leqslant a < 10$$

Gange

$$(a \cdot 10^m)(b \cdot 10^n) = ab \cdot 10^{m+n}$$

- Stort tall: positiv eksponent. Lite tall: negativ eksponent.

ENHETER

Areal

$$1\ \text{m}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$$

Volum

$$1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$$

Fart

$$v = \frac{s}{t}, \quad 1\ \text{m/s} = 3{,}6\ \text{km/h}$$

Energi

$$E = P \cdot t$$

- Areal og volum går med kvadratet og kuben av omgjøringstallet.
- Gjør om watt til kilowatt før du regner ut energi.

FORMLER

BMI

$$\text{BMI} = \frac{m}{h^2}$$

Fast del og variabel del

$$K = f + p \cdot x$$

Snu en formel

$$x = \frac{K - f}{p}$$

- Snu en formel som en likning: gjør det samme på begge sider.
- Bruk parentes: $(K - f) : p$.

4.1.1 Kvadratrot og rotuttrykk

EKSEMPEL *Regne ut kvadratrot*

Regn ut

a) $\sqrt{81}$

b) $\sqrt{0{,}25}$

c) $\sqrt{20}$, avrundet til to desimaler

Løsning

a) $9 \cdot 9 = 81$, så $\sqrt{81} = 9$.

b) $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$, så $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$.

c) $\sqrt{20} \approx 4{,}47$.

■

EKSEMPEL *Forenkle rotuttrykk*

Forenkle

a) $\sqrt{50}$

b) $\sqrt{12}$

c) $\sqrt{72}$

Løsning

a) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

b) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$.

c) $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$.

■

EKSEMPEL *Stigen mot veggen*

En stige står mot en vegg. Foten står 3 m fra veggen, og stigen når 4 m opp. Hvor lang er stigen?

Løsning

$$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Stigen er 5 m lang.

■

EKSEMPEL *Finne en katet*

En 13 m lang stige står mot en vegg med foten 5 m fra veggen. Hvor høyt opp når stigen?

Løsning

$5^2 + b^2 = 13^2$ gir $b^2 = 169 - 25 = 144$, så $b = \sqrt{144} = 12$. Stigen når 12 m opp.

■

4.1 Regn ut.

a) $\sqrt{25}$

b) $\sqrt{49}$

c) $\sqrt{121}$

d) $\sqrt{0{,}09}$

4.2 Regn ut med kalkulator, avrundet til to desimaler.

a) $\sqrt{7}$

b) $\sqrt{10}$

c) $\sqrt{50}$

4.3 Hvor lang er siden i en kvadrat med areal

a) $36\ \text{m}^2$?

b) $144\ \text{m}^2$?

c) $5\ \text{m}^2$? Avrund til to desimaler.

4.4 Forenkle.

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{20}$

c) $\sqrt{27}$

d) $\sqrt{98}$

4.5 Regn ut.

a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$

b) $\sqrt{4 \cdot 25}$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

d) $\sqrt{\dfrac{81}{9}}$

4.6 Finn hypotenusen i en rettvinklet trekant med katetene

a) 3 og 4

b) 8 og 15

c) 9 og 12

d) 2 og 2

4.7 Finn den ukjente kateten i en rettvinklet trekant.

a) Hypotenusen er 13 og en katet er 12.

b) Hypotenusen er 25 og en katet er 7.

c) Hypotenusen er 10 og en katet er 8.

4.8 En stige er 5 m lang, og foten står 3 m fra veggen. Hvor høyt opp når stigen?

4.9 Et rom er 6 m langt og 8 m bredt. Hvor lang er diagonalen i gulvet?

4.10 En TV-skjerm er 80 cm bred og 60 cm høy. Hvor lang er diagonalen?

4.11 Er trekanten rettvinklet?

a) Sidene er 5, 12 og 13.

b) Sidene er 6, 7 og 10.

4.12 Ola skriver $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 7$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.13 Kari skal finne hypotenusen i en trekant med katetene 6 og 8, og skriver $c = 6 + 8 = 14$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.14 Hva blir utskriften?

Python

```
from math import sqrt
a, b = 5, 12
print(sqrt(a**2 + b**2))
```

4.15 Hva blir utskriften?

Python

```
from math import sqrt
print(sqrt(81))
```

4.16 Forklar med et tallseksempel at $\sqrt{a+b}$ ikke er det samme som $\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

4.2.1 Potensregler

EKSEMPEL *Regne ut potenser*

Regn ut

a) 3^4

b) $(-2)^3$

c) $(-2)^2$ og -2^2

Løsning

a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

b) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$.

c) $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$, men $-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$. ▪

EKSEMPEL *Samme grunntall*

Skriv som én potens, og regn ut verdien.

a) $3^2 \cdot 3^5$

b) $\dfrac{2^8}{2^3}$

c) $x^3 \cdot x^2$

Løsning

a) $3^{2+5} = 3^7 = 2\,187$.

b) $2^{8-3} = 2^5 = 32$.

c) $x^{3+2} = x^5$. ▪

EKSEMPEL *Potens av potens og nulte potens*

Regn ut

a) $(2^3)^2$

b) $(2 \cdot 5)^2$

c) 7^0

Løsning

a) $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$.

b) $(2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100$, og $2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$.

c) $7^0 = 1$. ▪

4.17 Regn ut.

a) 2^4

b) 3^2

c) 5^3

d) 10^5

4.18 Skriv som én potens.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $6 \cdot 6$

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

4.19 Skriv som én potens.

a) $3^2 \cdot 3^3$

b) $\dfrac{4^7}{4^4}$

c) $(2^3)^2$

d) $5^4 \cdot 5$

4.20 Regn ut verdien.

a) $2^3 \cdot 2^2$

b) $\dfrac{3^5}{3^2}$

c) $(2^2)^2$

d) 7^0

4.21 Skriv så enkelt som mulig.

a) $x^4 \cdot x^3$

b) $\dfrac{a^6}{a^2}$

c) $(b^3)^2$

d) $y^5 \cdot y$

4.22 Regn ut.

a) $(-3)^2$

b) -3^2

c) $(-1)^5$

d) $(-2)^4$

4.23 En bakterie deler seg i to hvert minutt. Hvor mange bakterier er det etter

a) 8 minutter?

b) 12 minutter?

4.24 Hvor mange ganger større er 2^6 enn 2^3?

4.25 Finn n.

a) $2^n = 64$

b) $5^n = 125$

c) $10^n = 100\,000$

4.26 Hvilket tall er størst, 2^5 eller 5^2?

4.27 Regn ut $(2 \cdot 3)^2$ og $2^2 \cdot 3^2$. Hva ser du?

4.28 Ola skriver $3^2 = 6$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.29 Kari regner ut $2^3 \cdot 2^2$ som 2^6. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.30 Lise sier at $5^0 = 0$. Hva er galt?

4.31 Hva blir utskriften?

Python

```
print(3**4)
```

4.32 Hva blir utskriften?

Python

```
for n in range(1, 5):
    print(10**n)
```

4.33 Forklar hvorfor $a^0 = 1$.

4.3.1 Negative eksponenter

EKSEMPEL *Regne ut negative eksponenter*

Regn ut

a) 2^{-3}

b) 5^{-2}

c) 10^{-4}

Løsning

a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125.$

b) $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0{,}04.$

c) $10^{-4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001.$

■

EKSEMPEL *Regneregler med negative eksponenter*

Regn ut

a) $2^5 \cdot 2^{-3}$

b) $10^3 \cdot 10^{-5}$

c) $\frac{5^{-1}}{5^{-3}}$

Løsning

a) $2^{5+(-3)} = 2^2 = 4.$

b) $10^{3+(-5)} = 10^{-2} = 0{,}01.$

c) $5^{-1-(-3)} = 5^{-1+3} = 5^2 = 25.$

■

EKSEMPEL *Bruke prefikser*

Skriv med enheten uten prefiks.

a) 2,5 mm i meter

b) 4 MW i watt

c) 3 GB i byte

Løsning

a) $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m $= 0{,}0025$ m.

b) $4 \cdot 10^6$ W $= 4\,000\,000$ W.

c) $3 \cdot 10^9$ byte $= 3\,000\,000\,000$ byte.

■

4.34 Skriv som desimaltall.

a) 2^{-2}

b) 4^{-1}

c) 10^{-3}

d) 2^{-4}

4.35 Skriv som brøk.

a) 3^{-2}

b) 5^{-1}

c) 2^{-5}

4.36 Skriv som en potens av 10.

a) 0,01

b) 0,0001

c) 100 000

d) 0,000001

4.37 Regn ut.

a) $2^4 \cdot 2^{-2}$

b) $10^2 \cdot 10^{-4}$

c) $3^{-1} \cdot 3^3$

d) $\frac{5^{-2}}{5^{-4}}$

4.38 Skriv så enkelt som mulig.

a) $x^6 \cdot x^{-4}$

b) $a^{-2} \cdot a^{-3}$

c) $\frac{y^3}{y^7}$

d) $(b^{-1})^3$

4.39 Gjør om til hele meter eller watt.

a) 5 km

b) 120 mm

c) 3 MW

d) 7 µ m

4.40 Gjør om til enheten i parentes.

a) 0,002 m (mm)

b) 4 500 W (kW)

c) 0,00005 m (µm)

4.41 1 GB er 10^9 byte. Hvor mange byte er 4 GB?

4.42 a) Hvor mange millimeter er 1 m?

b) Hvor mange mikrometer er 1 mm?

4.43 Ola sier at $2^{-3} = -6$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.44 Kari sier at $10^{-2} = -100$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

4.45 Lise sier at 1 mm $= 10^{-6}$ m. Hva er riktig eksponent?

4.46 Hva blir utskriften?

Python

```
print(2**-2)
print(10**-3)
```

4.47 Skriv $\frac{1}{64}$ som en potens av 2.

4.48 Forklar hva a^{-1} betyr, ved å bruke mønsteret $10^2 = 100$, $10^1 = 10$, $10^0 = 1$.

4.4.1 Standardform

EKSEMPEL *Skrive på standardform*

Skriv på standardform.

a) 4 500 000

b) 0,00032

c) 150 000 000

Løsning

a) Kommaet flyttes 6 plasser mot venstre: $4{,}5 \cdot 10^6$.

b) Kommaet flyttes 4 plasser mot høyre: $3{,}2 \cdot 10^{-4}$.

c) Kommaet flyttes 8 plasser mot venstre: $1{,}5 \cdot 10^8$.

■

EKSEMPEL *Fra standardform til vanlig tall*

Skriv som vanlig tall.

a) $3{,}2 \cdot 10^5$

b) $7 \cdot 10^{-3}$

Løsning

a) $3{,}2 \cdot 10^5 = 320\,000$.

b) $7 \cdot 10^{-3} = 0{,}007$.

■

EKSEMPEL *Gange og dele*

Regn ut og skriv svaret på standardform.

a) $(5 \cdot 10^4) \cdot (4 \cdot 10^3)$

b) $\dfrac{6 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^5}$

c) $\dfrac{1 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^5}$

Løsning

a) $5 \cdot 4 = 20$ og $10^{4+3} = 10^7$, så $20 \cdot 10^7$. Det er ikke standardform, så vi skriver $2 \cdot 10^8$.

b) $\dfrac{6}{2} = 3$ og $10^{8-5} = 10^3$, så $3 \cdot 10^3$.

c) $\dfrac{1}{4} = 0{,}25$ og $10^{3-5} = 10^{-2}$, så $0{,}25 \cdot 10^{-2} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$.

■

EKSEMPEL *Lys fra sola*

Lyset beveger seg med $3 \cdot 10^8$ m/s. Avstanden til sola er $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Hvor lang tid tar det før lyset fra sola når jorda?

Løsning

$$\frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0{,}5 \cdot 10^3 = 500 \text{ s}\,.$$

Det tar omtrent 500 sekunder, altså rundt 8 minutter.

■

EKSEMPEL *Legge sammen*

Regn ut $2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3$.

Løsning

$3 \cdot 10^3 = 0{,}3 \cdot 10^4$, så summen er $2 \cdot 10^4 + 0{,}3 \cdot 10^4 = 2{,}3 \cdot 10^4$. Kontroll: $20\,000 + 3\,000 = 23\,000$.

■

4.49 Skriv på standardform.

a) 6 000

b) 45 000

c) 730 000 000

d) 12

4.50 Skriv på standardform.

a) 0,006

b) 0,000045

c) 0,0000012

4.51 Skriv som vanlig tall.

a) $3 \cdot 10^2$

b) $8{,}5 \cdot 10^4$

c) $2 \cdot 10^{-1}$

d) $6{,}1 \cdot 10^{-3}$

4.52 Er tallet på standardform?

a) $12 \cdot 10^3$

b) $7{,}5 \cdot 10^{-2}$

c) $0{,}8 \cdot 10^5$

4.53 Skriv på standardform.

a) $25 \cdot 10^3$

b) $0{,}3 \cdot 10^6$

c) $150 \cdot 10^{-4}$

4.54 Regn ut, og skriv svaret på standardform.

a) $(3 \cdot 10^2) \cdot (2 \cdot 10^5)$

b) $(4 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^2)$

c) $(2{,}5 \cdot 10^4) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$

d) $(1{,}2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-2})$

4.55 Regn ut, og skriv svaret på standardform.

a) $\dfrac{8 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^3}$

b) $\dfrac{9 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{-1}}$

c) $\dfrac{5 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^6}$

4.56 Regn ut.

a) $4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3$

b) $7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^5$

c) $5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3$

4.57 Avstanden til månen er $3{,}84 \cdot 10^8$ m, og lyset går $3 \cdot 10^8$ m/s. Hvor lang tid tar lyset fra månen til jorda?

4.58 Verden har $8 \cdot 10^9$ mennesker. Hvor mange liter vann bruker de til sammen per dag, hvis hver bruker 150 L? Svar på standardform.

4.59 Et atom er omtrent $1 \cdot 10^{-10}$ m bredt. Hvor mange atomer går det på 1 mm?

4.60 Ola skriver $450\,000 = 45 \cdot 10^4$. Hva er galt? Skriv tallet på standardform.

4.61 Kari skriver $0{,}0003 = 3 \cdot 10^3$. Hva er galt?

4.62 Lise regner ut $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^{10}$. Hva er galt?

4.63 Hva blir utskriften?

Python

```
print(2e3)
print(5e-2)
```

4.64 Forklar hvorfor standardform er nyttig for svært store og svært små tall.

4.5.1 Enheter og omgjøring

EKSEMPEL *Omgjøring*

Gjør om.

a) 2,5 km til meter

b) 350 cm til meter

c) 0,75 kg til gram

d) 2,5 L til milliliter

Løsning

a) $2{,}5 \cdot 1\,000 = 2\,500$ m

b) $350 : 100 = 3{,}5$ m

c) $0{,}75 \cdot 1\,000 = 750$ g

d) $2{,}5 \cdot 1\,000 = 2\,500$ mL

EKSEMPEL *Akvariet*

Et akvarium er 60 cm langt, 30 cm bredt og 40 cm høyt. Hvor mange liter vann er det plass til?

Løsning

Volumet er $60 \cdot 30 \cdot 40 = 72\,000$ cm^3. Det er $72\,000 : 1\,000 = 72$ L.

EKSEMPEL *Areal*

a) Gjør om 3 m^2 til kvadratcentimeter.

b) Gjør om 2 500 cm^2 til kvadratmeter.

Løsning

a) $3 \cdot 10\,000 = 30\,000$ cm^2.

b) $2\,500 : 10\,000 = 0{,}25$ m^2.

EKSEMPEL *Tid*

a) Gjør om 135 min til timer som desimaltall.

b) Gjør om 0,4 t til minutter.

Løsning

a) $135 : 60 = 2{,}25$ t (som er 2 t 15 min).

b) $0{,}4 \cdot 60 = 24$ min.

4.65 Gjør om.

a) 4,5 km til meter

b) 230 cm til meter

c) 18 mm til centimeter

d) 0,35 m til centimeter

4.66 Gjør om.

a) 1,2 kg til gram

b) 450 g til kilogram

c) 2,5 tonn til kilogram

d) 8 000 mg til gram

4.67 Gjør om.

a) 3 L til desiliter

b) 250 mL til liter

c) 0,75 L til milliliter

d) 4 dL til liter

4.68 Gjør om.

a) 5 m^2 til kvadratcentimeter

b) 30 000 cm^2 til kvadratmeter

c) 2 km^2 til kvadratmeter

d) 500 mm^2 til kvadratcentimeter

4.69 Gjør om.

a) 3 m^3 til liter

b) 2 500 cm^3 til liter

c) 0,5 m^3 til liter

4.70 Gjør om.

a) 90 min til timer

b) 0,25 t til minutter

c) 2 t 30 min til minutter

d) 5 400 s til timer

4.71 En kasse er 50 cm lang, 40 cm bred og 30 cm høy. Hvor mange liter går det i den?

4.72 Et rom er 3 m langt og 4 m bredt. Hvor mange kvadratcentimeter er gulvet?

4.73 En tomt er 20 m lang og 50 m bred. Hvor stor er den i kvadratmeter og i dekar? (1 dekar = 1 000 m^2)

4.74 Hvilken enhet passer best?

a) Høyden på et hus

b) Massen til et eple

c) Tiden det tar å løpe 100 m

4.75 Ola sier at $1\ \text{m}^3 = 100\ \text{L}$. Hva er galt? Hva er riktig?

4.76 Kari sier at 3,5 t er 3 t 50 min. Hva er galt? Hva er riktig?

4.77 Lise sier at $2\ \text{m}^2 = 200\ \text{cm}^2$. Hva er galt? Hva er riktig?

4.78 Hva blir utskriften?

Python

```
print(2.5 * 1000)
print(750 / 1000)
```

4.79 Én liter maling dekker $10\ \text{m}^2$. Hvor mange liter trengs til $45\ \text{m}^2$?

4.80 Forklar hvorfor $1\ \text{m}^2$ er $10\,000\ \text{cm}^2$.

4.5.2 Sammensatte enheter

EKSEMPEL *Fart, strekning og tid*

a) Du kjører 120 km på 1,5 t. Hva er farten?

b) Du kjører med 90 km/h i 2,5 t. Hvor langt kommer du?

Løsning

a) $v = \dfrac{120}{1{,}5} = 80\ \text{km/h}$.

b) $s = 90 \cdot 2{,}5 = 225\ \text{km}$.

■

EKSEMPEL *Omgjøring av fart*

a) Gjør om 20 m/s til km/h.

b) Gjør om 108 km/h til m/s.

Løsning

a) $20 \cdot 3{,}6 = 72\ \text{km/h}$.

b) $108 : 3{,}6 = 30\ \text{m/s}$.

■

EKSEMPEL *Hvilket tilbud er billigst?*

A: 3 kg epler for 90 kr. B: 2,5 kg epler for 70 kr. Hvilket er billigst per kilogram?

Løsning

A: $\dfrac{90}{3} = 30\ \text{kr/kg}$. B: $\dfrac{70}{2{,}5} = 28\ \text{kr/kg}$. B er billigst.

■

EKSEMPEL *Tetthet*

a) En metallbit veier 54 g og har et volum på $20\ \text{cm}^3$. Hva er tettheten?

b) Et stykke tre har tetthet $0{,}6\ \text{g/cm}^3$ og volum $2\,000\ \text{cm}^3$. Hva er massen?

Løsning

a) $\dfrac{54}{20} = 2{,}7\ \text{g/cm}^3$.

b) $0{,}6 \cdot 2\,000 = 1\,200\ \text{g} = 1{,}2\ \text{kg}$.

■

EKSEMPEL *Strømforbruk*

En panelovn på 1 500 W står på i 8 timer. Strømprisen er 1,20 kr/kWh. Hva koster det?

Løsning

$1\,500\ W = 1{,}5\ \text{kW}$, så energien er $1{,}5 \cdot 8 = 12\ \text{kWh}$. Prisen er $12 \cdot 1{,}20 = 14{,}40$ kr.

■

4.81 a) Du kjører 180 km på 3 t. Hva er farten?

b) Du kjører 80 km/h i 2,5 t. Hvor langt kommer du?

c) Hvor lang tid tar 150 km med 50 km/h?

4.82 Gjør om.

a) 15 m/s til km/h

b) 90 km/h til m/s

c) 5 m/s til km/h

4.83 Regn ut pris per enhet.

a) 4 kg for 100 kr (kr/kg)

b) 250 g for 30 kr (kr/kg)

c) 1,5 L for 33 kr (kr/L)

4.84 A: 2 kg for 56 kr. B: 3 kg for 81 kr. Hvilket er billigst per kilogram?

4.85 a) En metallbit veier 300 g og har volum $100\ \text{cm}^3$. Hva er tettheten?

b) Olje har tetthet $0{,}9\ \text{g/cm}^3$. Hva veier $400\ \text{cm}^3$?

c) Et stoff har tetthet $2{,}7\ \text{g/cm}^3$ og veier 270 g. Hva er volumet?

4.86 Regn ut energien i kWh.

a) 3 kW i 2 t

b) 500 W i 4 t

c) 2 000 W i 1,5 t

4.87 Strømprisen er 1,20 kr/kWh. Hva koster 6 kWh?

4.88 En bil bruker 0,5 liter per mil og kjører 40 mil. Bensinen koster 22 kr/L.

a) Hvor mange liter bruker bilen?

b) Hva koster det?

4.89 En sprinter løper 100 m på 10 s. Hva er farten i m/s og i km/h?

4.90 Du kjører 100 km med 50 km/h og så 100 km med 100 km/h. Hva er gjennomsnittsfarten? Avrund til én desimal.

4.91 Hvor lenge kan en lyspære på 50 W lyse for 1 kWh?

4.92 Ola gjør om 90 km/h til m/s ved å regne $90 \cdot 3{,}6 = 324$. Hva er galt? Hva er riktig?

4.93 Kari sier at 1 500 W i 2 t er 3 000 kWh. Hva er galt? Hva er riktig?

4.94 Hva blir utskriften?

Python

```
s = 240
v = 80
print(s / v)
```

4.95 Hva blir utskriften?

Python

```
print(36 / 3.6)
```

4.96 Forklar hvordan enheten km/h forteller hvordan fart regnes ut.

4.6.1 Tolke og bruke formler

EKSEMPEL *Lønn og areal*

a) Lønna regnes ut med $L = t \cdot s$, der t er antall timer og s er timelønna. Hva blir lønna for 38 timer med 210 kr per time?

b) Arealet av en trekant er $A = \frac{g \cdot h}{2}$. Hva blir arealet når $g = 10\,\text{cm}$ og $h = 6\,\text{cm}$?

Løsning

a) $L = 38 \cdot 210 = 7\,980\,\text{kr}$.

b) $A = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30\,\text{cm}^2$.

■

EKSEMPEL *Strømregning*

Strømregningen er $K = 49 + 1{,}20 \cdot x$ kroner, der x er forbruket i kWh. Hva blir regningen for 250 kWh? Hva forteller tallene 49 og 1,20?

Løsning

$K = 49 + 1{,}20 \cdot 250 = 49 + 300 = 349$ kr.

Tallet 49 er den faste avgiften, som betales uansett forbruk. Tallet 1,20 er prisen per kWh, altså hvor mye regningen øker for hver kWh.

■

EKSEMPEL *BMI*

BMI regnes ut med $\text{BMI} = \frac{m}{h^2}$, der m er masse i kilogram og h er høyde i meter. Hva er BMI for en person på 80 kg og 1,80 m?

Løsning

$\text{BMI} = \frac{80}{1{,}80^2} = \frac{80}{3{,}24} \approx 24{,}7$.

■

EKSEMPEL *Hva skjer hvis?*

Volumet av en kasse er $V = l \cdot b \cdot h$. Hva skjer med volumet hvis høyden dobles og de andre målene er uendret?

Løsning

Med $h = 4$ er $V = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Med $h = 8$ er $V = 2 \cdot 3 \cdot 8 = 48$. Volumet blir dobbelt så stort, fordi h er en faktor i produktet.

■

4.97 Lønna er $L = t \cdot s$. Hva er lønna for

a) 35 t med 200 kr per time?

b) 40 t med 185 kr per time?

4.98 Arealet av en trekant er $A = \frac{g \cdot h}{2}$. Regn ut arealet når

a) $g = 6\,\text{cm}$ og $h = 4\,\text{cm}$

b) $g = 9\,\text{cm}$ og $h = 10\,\text{cm}$

4.99 Strømregningen er $K = 59 + 1{,}10\,x$ kroner for x kWh. Hva blir regningen for

a) 200 kWh?

b) 0 kWh?

4.100 BMI er $\frac{m}{h^2}$. Regn ut BMI, avrundet til én desimal.

a) 90 kg og 1,80 m

b) 50 kg og 1,60 m

4.101 Overtidslønna er $L = 1{,}5 \cdot s \cdot t$. Hva er overtidslønna for 4 timer med timelønn 200 kr?

4.102 Effekten er $P = U \cdot I$. Hva er effekten når $U = 230\,V$ og $I = 5\,A$?

4.103 Taxiprisen er $P = 50 + 16k$ kroner for k kilometer. Hva koster 15 km?

4.104 Volumet av en kasse er $V = l \cdot b \cdot h$. Regn ut volumet når $l = 4$, $b = 3$ og $h = 2$.

4.105 Fart er $v = \frac{s}{t}$. Hva er farten når $s = 240$ km og $t = 3$ t?

4.106 I $P = U \cdot I$ dobles spenningen U, og strømmen I er den samme. Hva skjer med effekten?

4.107 I $K = 59 + 1{,}10\,x$ øker forbruket med 100 kWh. Hvor mye øker regningen?

4.108 Hva forteller tallene 59 og 1,10 i $K = 59 + 1{,}10\,x$?

4.109 Ola regner ut BMI for 70 kg og 1,75 m som $\frac{70}{1{,}75} \cdot 2 = 80$. Hva er galt? Hva er riktig BMI, avrundet til én desimal?

4.110 Lise setter høyden 180 cm rett inn i BMI-formelen. Hva er galt?

4.111 Hva blir utskriften?

Python

```
m = 90
h = 1.8
print(round(m / h**2, 1))
```

4.112 Hva blir utskriften?

Python

```
for x in [0, 100, 200]:
    print(59 + 1.5 * x)
```

4.113 Forklar hvorfor $K = 59 + 1{,}10\,x$ er en lineær funksjon.

4.6.2 Snu formler

EKSEMPEL *Fart og strekning*

Løs formelen $v = \frac{s}{t}$ for s, og for t.

Løsning

Vi ganger begge sider med t: $v \cdot t = s$, altså $s = v \cdot t$.

For å finne t fra $s = v \cdot t$ deler vi begge sider på v: $t = \frac{s}{v}$.

■

EKSEMPEL *Strømforbruk fra regningen*

Regningen er $K = f + p \cdot x$. Løs formelen for x. Hvor mange kWh er brukt når $K = 409$, $f = 49$ og $p = 1{,}20$?

Løsning

$$K = f + p \cdot x$$
$$K - f = p \cdot x$$
$$x = \frac{K - f}{p}.$$

Med tall: $x = \frac{409 - 49}{1{,}20} = \frac{360}{1{,}20} = 300$ kWh.

■

EKSEMPEL *Høyden i en trekant*

Arealet av en trekant er $A = \frac{g \cdot h}{2}$. Løs formelen for h, og finn h når $A = 30$ og $g = 12$.

Løsning

$2A = g \cdot h$, så $h = \frac{2A}{g}$. Med tall: $h = \frac{2 \cdot 30}{12} = 5$.

■

EKSEMPEL *Mange verdier*

Bruk $x = \frac{K - 49}{1{,}20}$ til å finne forbruket når regningen er 169 kr og 289 kr.

Løsning

$K = 169$: $x = \frac{169 - 49}{1{,}20} = \frac{120}{1{,}20} = 100$ kWh.

$K = 289$: $x = \frac{289 - 49}{1{,}20} = \frac{240}{1{,}20} = 200$ kWh.

■

4.114 Formelen er $v = \frac{s}{t}$.

a) Finn s når $v = 60$ og $t = 4$.

b) Finn t når $s = 270$ og $v = 90$.

4.115 Finn farten $v = \frac{s}{t}$ når $s = 150$ km og $t = 2{,}5$ t.

4.116 Regningen er $K = 59 + 1{,}10\,x$. Hvor mange kWh er brukt når regningen er

a) 169 kr?

b) 279 kr?

4.117 Arealet av en trekant er $A = \frac{g \cdot h}{2}$.

a) Finn h når $A = 24$ og $g = 8$.

b) Finn g når $A = 30$ og $h = 5$.

4.118 Løs formelen for variabelen i parentes.

a) $y = 2x + 5$ (for x)

b) $a = b \cdot c$ (for c)

c) $k = f + p \cdot x$ (for p)

4.119 Effekten er $P = U \cdot I$. Finn spenningen U når $P = 1\,150$ W og $I = 5$ A.

4.120 BMI er $\frac{m}{h^2}$. Hvilken masse gir BMI 24 for en person på 1,70 m? Avrund til én desimal.

4.121 Omkretsen av et rektangel er $p = 2l + 2b$. Finn l når $p = 30$ og $b = 5$.

4.122 Taxiprisen er $P = 50 + 16k$. Hvor mange kilometer kan du kjøre for 370 kr?

4.123 Ola løser $K = f + p \cdot x$ for x og skriver $x = K - \frac{f}{p}$. Hva er galt? Hva er riktig?

4.124 Kari løser $s = v \cdot t$ for t og skriver $t = \frac{v}{s}$. Hva er galt? Hva er riktig?

4.125 Hva blir utskriften?

Python

```
def areal(g, h):
    return g * h / 2

print(areal(10, 6))
```

4.126 Hva blir utskriften?

Python

```
def kost(x):
    return 59 + 1.5 * x

print(kost(100))
```

4.127 To strømavtaler er $K_1 = 59 + 1{,}5\,x$ og $K_2 = 99 + 1{,}0\,x$. Når koster de like mye, og hva koster det da?

4.128 Forklar hvorfor vi kan bruke likningsregler til å snu en formel.

Fasit

4.1.1 Kvadratrot og rotuttrykk

4.1
a) 5
b) 7
c) 11
d) 0,3

4.2
a) 2,65
b) 3,16
c) 7,07

4.3
a) 6 m
b) 12 m
c) $\sqrt{5} \approx 2{,}24$ m

4.4
a) $2\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{3}$
d) $7\sqrt{2}$

4.5
a) 10
b) 10
c) $\sqrt{36} = 6$
d) 3

4.6
a) 5
b) 17
c) 15
d) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83$

4.7
a) $\sqrt{169 - 144} = 5$
b) $\sqrt{625 - 49} = 24$
c) $\sqrt{100 - 64} = 6$

4.8
$\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ m

4.9
$\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ m

4.10
$\sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{10\,000} = 100$ cm

4.11
a) Ja: $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$.
b) Nei: $6^2 + 7^2 = 85$, men $10^2 = 100$.

4.12
Regelen for kvadratrot gjelder produkt, ikke sum. Riktig er $\sqrt{25} = 5$.

4.13
Hun har lagt sammen katetene. Riktig er $c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$.

4.14
13.0

4.15
9.0

4.16
Med $a = 9$ og $b = 16$ er $\sqrt{25} = 5$, mens $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$. Svarene er ulike.

4.2.1 Potensregler

4.17
a) 16
b) 9
c) 125
d) 100 000

4.18
a) 3^4
b) 6^2
c) 2^6

4.19
a) 3^5
b) 4^3
c) 2^6
d) 5^5

4.20
a) $2^5 = 32$
b) $3^3 = 27$
c) $2^4 = 16$
d) 1

4.21
a) x^7
b) a^4
c) b^6
d) y^6

4.22
a) 9
b) -9
c) -1
d) 16

4.23
a) $2^8 = 256$
b) $2^{12} = 4\,096$

4.24
$\frac{2^6}{2^3} = 2^3 = 8$

4.25
a) $n = 6$
b) $n = 3$
c) $n = 5$

4.26
$2^5 = 32$ og $5^2 = 25$, så 2^5 er størst.

4.27
Begge er 36. Det viser at $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

4.28
Eksponenten sier hvor mange faktorer det er, ikke at vi skal gange med den. $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

4.29
Eksponentene skal legges sammen, ikke ganges: $2^{3+2} = 2^5 = 32$.

4.30
Alle tall unntatt 0 opphøyd i 0 er 1. Så $5^0 = 1$.

4.31
81

4.32
```
10
100
1000
10000
```

4.33
Et tall delt på seg selv er 1, og $\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0$. Derfor må $a^0 = 1$.

4.3.1 Negative eksponenter

4.34
a) 0,25
b) 0,25
c) 0,001
d) 0,0625

4.35
a) $\frac{1}{9}$
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{1}{32}$

4.36
a) 10^{-2}
b) 10^{-4}
c) 10^5
d) 10^{-6}

4.37
a) $2^2 = 4$
b) $10^{-2} = 0{,}01$
c) $3^2 = 9$
d) $5^2 = 25$

4.38
a) x^2
b) a^{-5}
c) y^{-4}
d) b^{-3}

4.39
a) 5 000 m
b) 0,12 m
c) 3 000 000 W
d) 0,000007 m

4.40
a) 2 mm
b) 4,5 kW
c) 50 µ m

4.41
$4 \cdot 10^9 = 4\,000\,000\,000$ byte

4.42
a) 1 000 mm
b) 1 000 µ m

4.43
En negativ eksponent betyr at vi deler: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

4.44
10^{-2} er et lite tall, ikke et negativt tall: $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$.

4.45
Milli er 10^{-3}, så 1 mm $= 10^{-3}$ m.
Mikro er 10^{-6}.

4.46
`0.25` og `0.001`

4.47
$64 = 2^6$, så $\frac{1}{64} = 2^{-6}$.

4.48
For hver gang eksponenten minker med 1, deles tallet på grunntallet. Så $10^{-1} = 1 : 10 = \frac{1}{10}$, og generelt er $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

4.4.1 Standardform

4.49
a) $6 \cdot 10^3$
b) $4{,}5 \cdot 10^4$
c) $7{,}3 \cdot 10^8$
d) $1{,}2 \cdot 10^1$

4.50
a) $6 \cdot 10^{-3}$
b) $4{,}5 \cdot 10^{-5}$
c) $1{,}2 \cdot 10^{-6}$

4.51
a) 300
b) 85 000
c) 0,2
d) 0,0061

4.52
a) Nei, 12 er ikke mindre enn 10. Riktig: $1{,}2 \cdot 10^4$.
b) Ja.
c) Nei, 0,8 er mindre enn 1. Riktig: $8 \cdot 10^4$.

4.53
a) $2{,}5 \cdot 10^4$
b) $3 \cdot 10^5$
c) $1{,}5 \cdot 10^{-2}$

4.54
a) $6 \cdot 10^7$
b) $20 \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^6$
c) $5 \cdot 10^2$
d) $3{,}6 \cdot 10^{-5}$

4.55
a) $4 \cdot 10^4$
b) $3 \cdot 10^6$
c) $2{,}5 \cdot 10^{-4}$

4.56
a) $6 \cdot 10^3$
b) $4 \cdot 10^5$
c) $52\,000 = 5{,}2 \cdot 10^4$

4.57
$\frac{3{,}84 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 1{,}28$ s

4.58
$8 \cdot 10^9 \cdot 150 = 1\,200 \cdot 10^9 = 1{,}2 \cdot 10^{12}$ L

4.59
1 mm $= 10^{-3}$ m, og $\frac{10^{-3}}{10^{-10}} = 10^7$ atomer.

4.60
Tallet foran må være mellom 1 og 10. Riktig er $4{,}5 \cdot 10^5$.

4.61
Det er et lite tall, så eksponenten er negativ: $3 \cdot 10^{-4}$.

4.62
Ved addisjon beholdes eksponenten: $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^5$.

4.63
`2000.0` og `0.05`

4.64
Man slipper mange nuller, og eksponenten viser størrelsesorden. Det er lett å sammenlikne og å regne med potensregler.

4.5.1 Enheter og omgjøring

4.65
a) 4 500 m
b) 2,3 m
c) 1,8 cm
d) 35 cm

4.66
a) 1 200 g
b) 0,45 kg
c) 2 500 kg
d) 8 g

4.67
a) 30 dL
b) 0,25 L
c) 750 mL
d) 0,4 L

4.68
a) 50 000 cm²
b) 3 m²
c) 2 000 000 m²
d) 5 cm²

4.69
a) 3 000 L
b) 2,5 L
c) 500 L

4.70
a) 1,5 t
b) 15 min
c) 150 min
d) 1,5 t

4.71
$50 \cdot 40 \cdot 30 = 60\,000$ cm³ $= 60$ L

4.72
12 m² $= 12 \cdot 10\,000 = 120\,000$ cm²

4.73
$20 \cdot 50 = 1\,000$ m² $= 1$ dekar

4.74
a) m
b) g
c) s

4.75
1 m³ $= 1\,000$ dm³ $= 1\,000$ L.

4.76
0,5 t = 30 min, så 3,5 t = 3 t 30 min.

4.77
Arealet går med kvadratet av 100: 2 m² $= 2 \cdot 10\,000 = 20\,000$ cm².

4.78
`2500.0` og `0.75`

4.79
$45 : 10 = 4{,}5$ L

4.80
Et kvadrat med side 1 m er 100 cm langt og 100 cm bredt, så arealet er $100 \cdot 100 = 10\,000$ cm².

4.5.2 Sammensatte enheter

4.81
a) 60 km/h
b) 200 km
c) 3 t

4.82
a) 54 km/h
b) 25 m/s
c) 18 km/h

4.83
a) 25 kr/kg
b) 120 kr/kg
c) 22 kr/L

4.84
A koster 28 kr/kg, og B koster 27 kr/kg. B er billigst.

4.85
a) $3\ g/cm^3$
b) $0{,}9 \cdot 400 = 360\ g$
c) $270 : 2{,}7 = 100\ cm^3$

4.86
a) $6\ kWh$
b) $0{,}5 \cdot 4 = 2\ kWh$
c) $2 \cdot 1{,}5 = 3\ kWh$

4.87
$6 \cdot 1{,}20 = 7{,}20$ kr

4.88
a) $0{,}5 \cdot 40 = 20\ L$
b) $20 \cdot 22 = 440$ kr

4.89
10 m/s, og $10 \cdot 3{,}6 = 36$ km/h.

4.90
Første del tar 2 t og andre del 1 t. Til sammen 200 km på 3 t, altså $\frac{200}{3} \approx 66{,}7$ km/h.

4.91
$50\ W = 0{,}05\ kW$, og $\frac{1}{0{,}05} = 20$ t.

4.92
Fra km/h til m/s deler vi på 3,6: $90 : 3{,}6 = 25$ m/s.

4.93
Hun har ikke gjort om watt til kilowatt. $1\,500\ W = 1{,}5\ kW$, og energien er $1{,}5 \cdot 2 = 3\ kWh$.

4.94
3.0

4.95
10.0, fordi 36 km/h = 10 m/s.

4.96
Enheten sier kilometer delt på timer, altså fart er strekning delt på tid.

4.6.1 Tolke og bruke formler

4.97
a) 7 000 kr
b) 7 400 kr

4.98
a) $12\ cm^2$
b) $45\ cm^2$

4.99
a) $59 + 220 = 279$ kr
b) 59 kr

4.100
a) $\frac{90}{3{,}24} \approx 27{,}8$
b) $\frac{50}{2{,}56} \approx 19{,}5$

4.101
$1{,}5 \cdot 200 \cdot 4 = 1\,200$ kr

4.102
$230 \cdot 5 = 1\,150\ W$

4.103
$50 + 16 \cdot 15 = 290$ kr

4.104
$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

4.105
$\frac{240}{3} = 80$ km/h

4.106
Effekten dobles, fordi U er en faktor.

4.107
Regningen øker med $1{,}10 \cdot 100 = 110$ kr.

4.108
59 er den faste avgiften, som betales uansett forbruk. 1,10 er prisen per kWh.

4.109
Formelen har h^2, som er $h \cdot h$, ikke $h \cdot 2$. Riktig er $\frac{70}{1{,}75^2} = \frac{70}{3{,}0625} \approx 22{,}9$.

4.110
Formelen krever meter. 180 cm er 1,80 m.

4.111
27.8, fordi $\frac{90}{3{,}24} \approx 27{,}8$.

4.112
```
59.0
209.0
359.0
```

4.113
Formelen har formen $f(x) = ax + b$ med $a = 1{,}10$ og $b = 59$. Grafen er derfor en rett linje.

4.6.2 Snu formler

4.114
a) $s = v \cdot t = 240$
b) $t = \frac{s}{v} = 3$

4.115
$v = \frac{150}{2{,}5} = 60$ km/h

4.116
a) $1{,}10\ x = 110$, så $x = 100\ kWh$
b) $1{,}10\ x = 220$, så $x = 200\ kWh$

4.117
a) $h = \frac{2A}{g} = \frac{48}{8} = 6$
b) $g = \frac{2A}{h} = \frac{60}{5} = 12$

4.118
a) $x = \frac{y - 5}{2}$
b) $c = \frac{a}{b}$
c) $p = \frac{k - f}{x}$

4.119
$U = \frac{P}{I} = \frac{1\,150}{5} = 230\ V$

4.120
$m = BMI \cdot h^2 = 24 \cdot 2{,}89 = 69{,}36 \approx 69{,}4$ kg

4.121
$l = \frac{p - 2b}{2} = \frac{30 - 10}{2} = 10$

4.122
$k = \frac{P - 50}{16} = \frac{320}{16} = 20$ km

4.123
Han deler bare f på p. Hele $K - f$ må deles: $x = \frac{K - f}{p}$.

4.124
Brøken er snudd. Vi deler begge sider på v: $t = \frac{s}{v}$.

4.125
30.0

4.126
209.0

4.127
$59 + 1{,}5\ x = 99 + x$ gir $0{,}5\ x = 40$, så $x = 80\ kWh$. Prisen er $59 + 1{,}5 \cdot 80 = 179$ kr.

4.128
En formel er en likning med bokstaver. Å gjøre det samme på begge sider bevarer likheten, uansett om vi regner med tall eller bokstaver.