3 Brøk, forhold og prosent

OPPGAVEHEFTE · MATEMATIKK 1P

Overskriftene viser til delkapitlene i boka. Først kommer et formelark for hele kapittelet. Under hver overskrift står gjennomregnede eksempler med løsning, og deretter oppgaver du skal løse uten PC. Regn uten kalkulator der tallene er enkle. Fasiten står bakerst.

Formelark

BRØK

Brøk til prosent

$$\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$$

Legge sammen og trekke fra

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Gange brøker

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Dele brøker

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

- Forkort ved å dele teller og nevner på det samme tallet.
- Ved pluss og minus trenger du fellesnevner.

FORHOLD OG MÅLESTOKK

Dele i forhold

$$\text{én del} = \frac{\text{mengde}}{a + b}$$

Målestokk 1 : n

$$\text{virkelig lengde} = n \cdot \text{lengde på kartet}$$

- Gjør om enhetene: 1 km = 100 000 cm.

PROSENT

Prosentandel

$$\frac{\text{del}}{\text{helhet}} \cdot 100\ \%$$

Prosentvis endring

$$\frac{\text{ny} - \text{gammel}}{\text{gammel}} \cdot 100\ \%$$

Promille

$$1\ ‰ = 0{,}001 = 0{,}1\ \%$$

- Prosentpoeng er forskjellen mellom to prosenttall.
- Mva regnes av prisen uten mva.

VEKSTFAKTOR

Vekstfaktor

$$1 \pm \frac{p}{100}$$

Ny verdi

$$\text{gammel} \cdot \text{vekstfaktor}$$

Opprinnelig verdi

$$\frac{\text{ny}}{\text{vekstfaktor}}$$

Verdi etter n perioder

$$K \cdot v^n$$

- Ved flere endringer ganges vekstfaktorene. Prosentene kan ikke legges sammen.

3.1.1 Brøk i praksis

EKSEMPEL *Brøkdel av en mengde*

Du har 240 kr og bruker $\frac{3}{8}$ av pengene. Hvor mye bruker du?

Løsning

$240 : 8 = 30$, og $3 \cdot 30 = 90$. Du bruker 90 kr. ▪

EKSEMPEL *Fra brøk til prosent*

Skriv $\frac{3}{8}$ som desimaltall og som prosent.

Løsning

$3 : 8 = 0{,}375$, og $0{,}375 \cdot 100\,\% = 37{,}5\,\%$. ▪

EKSEMPEL *Forkorte og utvide*

a) Forkort $\frac{18}{24}$ så mye som mulig.

b) Utvid $\frac{2}{5}$ til en brøk med nevner 20.

Løsning

a) Både 18 og 24 kan deles på 6: $\frac{18 : 6}{24 : 6} = \frac{3}{4}$.

b) $20 = 5 \cdot 4$, så vi ganger teller og nevner med 4: $\frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$. ▪

EKSEMPEL *Hvilken brøk er størst?*

Hvilken er størst, $\frac{5}{8}$ eller $\frac{7}{12}$?

Løsning

$\frac{5}{8} = 0{,}625$ og $\frac{7}{12} \approx 0{,}583$. Brøken $\frac{5}{8}$ er størst. ▪

3.1 Skriv som desimaltall.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{5}{8}$

3.2 Skriv som brøk, forkortet så mye som mulig.

a) 0,5

b) 0,25

c) 0,75

d) 0,2

3.3 Skriv som prosent.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{8}$

3.4 Skriv som brøk, forkortet så mye som mulig.

a) 50 %

b) 25 %

c) 60 %

d) 80 %

3.5 Forkort så mye som mulig.

a) $\frac{4}{8}$

b) $\frac{6}{9}$

c) $\frac{10}{25}$

d) $\frac{18}{30}$

3.6 Utvid brøken.

a) $\frac{1}{2}$ til nevner 10

b) $\frac{3}{4}$ til nevner 20

c) $\frac{2}{3}$ til nevner 12

3.7 Regn ut.

a) $\frac{1}{4}$ av 120

b) $\frac{3}{5}$ av 200

c) $\frac{2}{3}$ av 90

d) $\frac{7}{10}$ av 450

3.8 En pizza er delt i 8 biter. Ola spiser 3 biter og Kari spiser 2.

a) Hvor stor del av pizzaen er spist?

b) Hvor stor del er igjen?

3.9 Hvilken brøk er størst?

a) $\frac{3}{4}$ eller $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{8}$ eller $\frac{3}{5}$

3.10 I en klasse på 30 elever er 12 gutter.

a) Hvor stor del er gutter? Skriv brøken forkortet.

b) Hvor mange prosent er gutter?

3.11 Hvor mange prosent er 3 av 12?

3.12 Kari forkorter $\frac{12}{20}$ ved å trekke fra 4 i teller og nevner og får $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.13 Per sier at $\frac{1}{3} = 0{,}3$. Hva er galt?

3.14 Sorter brøkene fra minst til størst: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$.

3.15 Hva blir utskriften?

Python

```
print(1 / 2)
print(3 / 4)
```

3.16 Hva blir utskriften?

Python

```
andel = 7 / 20
print(andel * 100)
```

3.17 Forklar hvorfor $\frac{6}{16}$ og $\frac{3}{8}$ er like mye.

3.1.2 Regning med brøk

EKSEMPEL *Faktorisere og forkorte*

Faktoriser 36 og 60, og bruk det til å forkorte $\frac{36}{60}$.

Løsning

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ og $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Faktorene $2 \cdot 2 \cdot 3$ er felles, så vi kan stryke dem:

$$\frac{36}{60} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3}{5}.$$

■

EKSEMPEL *Brøker med ulike nevnere*

Regn ut

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

Løsning

a) Fellesnevneren er 12: $\frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$.

b) Fellesnevneren er 12: $\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$. Det er mer enn én hel, og kan skrives $1\frac{7}{12}$.

■

EKSEMPEL *Gange og dele*

Regn ut

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$

c) $5 : \frac{1}{2}$

Løsning

a) $\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{24}{12} = 2$.

c) $5 \cdot \frac{2}{1} = 10$. Det går 10 halve i 5.

■

3.18 Skriv tallet som et produkt av primtall.

a) 12

b) 18

c) 30

d) 45

3.19 Faktoriser 60 og 84, og bruk det til å forkorte $\frac{60}{84}$.

3.20 Forkort så mye som mulig.

a) $\frac{12}{18}$

b) $\frac{24}{36}$

c) $\frac{30}{75}$

d) $\frac{42}{56}$

3.21 Regn ut og forkort.

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$

b) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$

c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

3.22 Regn ut og forkort.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$

3.23 Regn ut og forkort.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$

d) $\frac{7}{10} - \frac{1}{4}$

3.24 Regn ut og forkort.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{4} \cdot 8$

d) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$

3.25 Regn ut.

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

c) $\frac{4}{5} : \frac{2}{5}$

d) $3 : \frac{3}{4}$

3.26 Du har 2 liter melk. Hver porsjon bruker $\frac{1}{4}$ liter. Hvor mange porsjoner kan du lage?

3.27 En tredjedel av lønna går til husleie og en femtedel til mat.

a) Hvor stor del går til husleie og mat til sammen?

b) Hvor stor del er igjen?

3.28 Første gang bruker du $\frac{2}{5}$ av en malingboks, og neste gang $\frac{1}{4}$. Hvor mye er brukt, og hvor mye er igjen?

3.29 Ola regner ut $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.30 Lise regner ut $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.31 Hva blir utskriften?

Python

```
from math import gcd
teller, nevner = 18, 48
d = gcd(teller, nevner)
print(teller // d, nevner // d)
```

3.32 Finn x når $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

3.33 Forklar hvorfor vi snur den siste brøken når vi deler med en brøk.

3.2.1 Forhold og målestokk

EKSEMPEL *Saftblanding*

Saft og vann skal blandes i forholdet 1 : 4. Hvor mye saft og vann trenger du til 1 liter ferdig saft?

Løsning

Det er $1 + 4 = 5$ deler til sammen. 1 liter er 10 dl, så hver del er $10 : 5 = 2$ dl. Du trenger 2 dl saft og $4 \cdot 2 = 8$ dl vann. ■

EKSEMPEL *Dele en gevinst*

En gevinst på 6 000 kr deles mellom to personer i forholdet 2 : 3. Hvor mye får hver?

Løsning

Én del er $6\,000 : 5 = 1\,200$ kr. Den første får $2 \cdot 1\,200 = 2\,400$ kr, og den andre får $3 \cdot 1\,200 = 3\,600$ kr. Kontroll: $2\,400 + 3\,600 = 6\,000$. ■

EKSEMPEL *Fra kart til virkelighet*

På et kart i målestokk 1 : 50 000 er avstanden mellom to topper 3 cm. Hvor langt er det i virkeligheten?

Løsning

$3 \cdot 50\,000 = 150\,000$ cm. Det er 1 500 m, altså 1,5 km. ■

EKSEMPEL *Fra virkelighet til tegning*

Et rom er 4 m langt. Hvor lang er veggen på en tegning i målestokk 1 : 20?

Løsning

4 m = 400 cm, og $400 : 20 = 20$ cm. Veggen er 20 cm på tegningen. ■

3.34 Skriv forholdet så enkelt som mulig.

a) 6 : 9

b) 10 : 25

c) 4 : 20

d) 8 : 12

3.35 I en gruppe er det 4 gutter og 6 jenter. Hva er forholdet mellom gutter og jenter?

3.36 Saft og vann blandes i forholdet 1 : 3.

a) Hvor mye vann trengs til 2 dl saft?

b) Hvor mye saft trengs til 9 dl vann?

3.37 100 kr deles i forholdet 1 : 4. Hvor mye får hver?

3.38 600 kr deles i forholdet 2 : 3. Hvor mye får hver?

3.39 900 kr deles i forholdet 1 : 2 : 3. Hvor mye får hver?

3.40 Saft og vann blandes i forholdet 1 : 5. Du lager 3 liter ferdig saft. Hvor mange liter saft og vann trengs?

3.41 Sement og sand blandes i forholdet 1 : 4. Du bruker 20 kg sand. Hvor mye sement trengs?

3.42 Gul og blå maling blandes i forholdet 3 : 2. Du vil lage 15 liter grønn maling. Hvor mye gul og blå trengs?

3.43 Et kart har målestokk 1 : 50 000. Hvor langt er det i virkeligheten, i kilometer?

a) 2 cm på kartet

b) 7 cm på kartet

3.44 Et kart har målestokk 1 : 100 000.

a) Hvor mange kilometer er 3 cm på kartet?

b) Hvor mange centimeter på kartet er 4 km?

3.45 En tegning har målestokk 1 : 50.

a) En vegg er 5 m. Hvor lang er den på tegningen?

b) En strek på tegningen er 18 cm. Hvor lang er den i virkeligheten?

3.46 Et kart har målestokk 1 : 25 000. To steder er 8 cm fra hverandre på kartet. Hvor langt er det i virkeligheten?

3.47 Lise regner ut at 2 cm på et kart i målestokk 1 : 50 000 er $2 \cdot 50\,000 = 100\,000$ m $= 100$ km. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.48 På et kart i målestokk 1 : 1 000 er en tomt 5 cm lang og 4 cm bred. Hvor stort er arealet i virkeligheten?

3.49 Hva blir utskriften?

Python

```
print(4 * 50000 / 100000)
```

3.2.2 Prosent og prosentandel

EKSEMPEL *Prosent av et tall*

Regn ut

a) 25 % av 800

b) 12 % av 350

Løsning

a) $0{,}25 \cdot 800 = 200$.

b) $0{,}12 \cdot 350 = 42$.

■

EKSEMPEL *Prosentandel*

Hvor mange prosent er

a) 18 av 24?

b) 45 av 300?

Løsning

a) $\frac{18}{24} \cdot 100\,\% = 0{,}75 \cdot 100\,\% = 75\,\%$.

b) $\frac{45}{300} \cdot 100\,\% = 0{,}15 \cdot 100\,\% = 15\,\%$.

■

EKSEMPEL *Økning og nedgang*

a) En pris øker fra 400 kr til 460 kr. Hvor mange prosent er økningen?

b) En pris faller fra 500 kr til 425 kr. Hvor mange prosent er nedgangen?

Løsning

a) Endringen er $460 - 400 = 60$, og $\frac{60}{400} \cdot 100\,\% = 15\,\%$. Økningen er 15 %.

b) Endringen er $425 - 500 = -75$, og $\frac{75}{500} \cdot 100\,\% = 15\,\%$. Nedgangen er 15 %.

■

EKSEMPEL *Rabatt og mva*

a) En vare koster 650 kr, og du får 30 % rabatt. Hva betaler du?

b) En matvare koster 80 kr uten mva. Hva koster den med 15 % mva?

Løsning

a) Rabatten er $0{,}30 \cdot 650 = 195$ kr, så du betaler $650 - 195 = 455$ kr.

b) Mva er $0{,}15 \cdot 80 = 12$ kr, så prisen er $80 + 12 = 92$ kr.

■

3.50 Regn ut.

a) 10 % av 200

b) 50 % av 80

c) 25 % av 360

d) 15 % av 60

3.51 Regn ut.

a) 5 % av 400

b) 20 % av 85

c) 75 % av 120

d) 12 % av 250

3.52 Hvor mange prosent er

a) 5 av 20?

b) 6 av 40?

c) 30 av 50?

d) 7 av 28?

3.53 Hvor mange prosent er

a) 15 av 60?

b) 2 av 5?

c) 9 av 12?

d) 1 av 8?

3.54 En vare koster 500 kr, og du får 30 % rabatt. Hva er rabatten i kroner, og hva betaler du?

3.55 En jakke koster 1 200 kr, og du får 25 % rabatt. Hva betaler du?

3.56 En vare koster 360 kr uten mva. Mva er 25 %. Hva er mva-beløpet, og hva koster varen med mva?

3.57 En matvare koster 200 kr uten mva. Mva på mat er 15 %. Hva koster varen med mva?

3.58 Hvor mange prosent endrer verdien seg?

a) Fra 50 til 60

b) Fra 80 til 100

c) Fra 200 til 150

d) Fra 60 til 90

3.59 Lønna er 30 000 kr, og den øker med 4 %. Hvor mye øker den med, og hva blir den nye lønna?

3.60 I en klasse på 25 elever var 20 på tur. Hvor mange prosent var på tur?

3.61 Prisen på en vare økte fra 200 kr til 240 kr. Ola regner $\frac{40}{240} \cdot 100\,\% \approx 16{,}7\,\%$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.62 Kari regner ut 20 % av 150 som $20 \cdot 150 = 3\,000$. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.63 Prisen sank fra 800 kr til 600 kr. Hvor mange prosent er nedgangen?

3.64 Hva blir utskriften?

Python

```
pris = 500
rabatt = 20
print(pris * rabatt / 100)
```

3.65 Hva blir utskriften?

Python

```
print(200 - 200 * 10 / 100)
```

3.66 Per har 90 kr, og Kari har 75 kr.

a) Hvor mange prosent mer har Per enn Kari?

b) Hvor mange prosent mindre har Kari enn Per? Avrund til én desimal.

3.2.3 Prosentpoeng og promille

EKSEMPEL *Meningsmåling*

Et parti går fra 32 % til 28 % i en måling. Hvor mange prosentpoeng har det gått ned, og hvor mange prosent er nedgangen?

Løsning

Nedgangen er $32 - 28 = 4$ prosentpoeng.

Regnet i prosent av det de hadde før er nedgangen $\frac{4}{32} \cdot 100\,\% = 12{,}5\,\%$.

■

EKSEMPEL *Eiendomsskatt*

En kommune tar 3 ‰ eiendomsskatt på en bolig som er verdsatt til 4 000 000 kr. Hvor mye er skatten? Hvor mange prosent er 3 ‰?

Løsning

3 ‰ = 0,003, så skatten er $0{,}003 \cdot 4\,000\,000 = 12\,000$ kr. Og 3 ‰ = 0,3 %.

■

EKSEMPEL *Vis begge tallene*

Antall ulykker på en vei økte fra 5 til 10. Avisen skriver «Ulykkene har økt med 100 %.» Stemmer det? Hva mangler?

Løsning

Økningen er $\frac{10-5}{5} \cdot 100\,\% = 100\,\%$, så det stemmer. Men det er bare 5 flere ulykker. Når tallene er små, kan en liten endring gi stor prosent. For å forstå bør både prosenten og antallet oppgis.

■

3.67 Hvor mange prosentpoeng endrer tallet seg?

a) Fra 20 % til 26 %

b) Fra 45 % til 40 %

c) Fra 8 % til 12 %

d) Fra 60 % til 54 %

3.68 Et parti går fra 10 % til 15 %.

a) Hvor mange prosentpoeng er økningen?

b) Hvor mange prosent har partiet økt i forhold til før?

3.69 Et parti går fra 40 % til 30 %.

a) Hvor mange prosentpoeng er nedgangen?

b) Hvor mange prosent har partiet gått ned i forhold til før?

3.70 Skriv som desimaltall.

a) 5 ‰

b) 12 ‰

c) 250 ‰

d) 0,8 ‰

3.71 Skriv som promille.

a) 0,003

b) 0,04

c) 0,5

3.72 Skriv som prosent.

a) 20 ‰

b) 3 ‰

c) 500 ‰

3.73 Skriv som promille.

a) 1 %

b) 0,5 %

c) 12 %

3.74 En bolig er verdsatt til 3 000 000 kr, og eiendomsskatten er 2 ‰. Hvor mye er skatten?

3.75 En formue på 2 500 000 kr skattlegges med 3 ‰. Hvor mye er skatten?

3.76 Hva er 4 ‰ av 50 000?

3.77 En avis skriver: «Oppslutningen økte fra 12 % til 15 %, altså med 3 %.» Hva er galt? Hva er riktig?

3.78 Antall tilfeller av en sykdom økte fra 2 til 6.

a) Hvor mange prosent er økningen?

b) Hvor mange flere tilfeller er det?

3.79 Et parti går fra 8 % til 6 %. Hvor mange prosentpoeng og hvor mange prosent er nedgangen?

3.80 Hva blir utskriften?

Python

```
print(7 / 10)
```

3.81 Hva blir utskriften?

Python

```
for p in [10, 20]:
    print(p / 10)
```

3.82 Forklar forskjellen på prosent og prosentpoeng, med et eksempel.

3.3.1 Vekstfaktor

EKSEMPEL *Finn vekstfaktoren*

Finn vekstfaktoren ved

a) en økning på 12 %

b) en nedgang på 12 %

c) en økning på 150 %

d) en nedgang på 3 %

Løsning

a) $1 + 0{,}12 = 1{,}12$

b) $1 - 0{,}12 = 0{,}88$

c) $1 + 1{,}50 = 2{,}50$

d) $1 - 0{,}03 = 0{,}97$

■

EKSEMPEL *Ny verdi*

En sykkelleie koster 400 kr per dag, og prisen øker med 15 %. Hva blir den nye prisen?

Løsning

Vekstfaktoren er 1,15, så den nye prisen er $400 \cdot 1{,}15 = 460$ kr.

■

EKSEMPEL *Pris før økning*

Etter en økning på 25 % koster en billett 500 kr. Hva kostet den før?

Løsning

$$\frac{500}{1{,}25} = 400 \text{ kr}\,.$$

Merk at $500 - 25\,\%$ av $500 = 375$ er feil svar: Økningen var 25 % av den gamle prisen, ikke av den nye.

■

EKSEMPEL *Tolke vekstfaktoren*

Hva forteller vekstfaktorene 1,27, 0,6 og 1,035 om endringen?

Løsning

1,27 er en økning på 27 %. 0,6 er en nedgang på 40 %, fordi $1 - 0{,}6 = 0{,}4$. 1,035 er en økning på 3,5 %.

■

3.83 Finn vekstfaktoren.

a) Økning på 20 %

b) Nedgang på 20 %

c) Økning på 5 %

d) Nedgang på 35 %

3.84 Finn vekstfaktoren.

a) Økning på 100 %

b) Nedgang på 50 %

c) Økning på 2,5 %

d) Nedgang på 0,5 %

3.85 Hva forteller vekstfaktoren?

a) 1,15

b) 0,9

c) 1,03

d) 0,75

3.86 Regn ut den nye verdien.

a) 600 øker med 20 %

b) 600 minker med 20 %

c) 1 500 øker med 4 %

d) 80 minker med 5 %

3.87 En vare koster 800 kr, og du får 15 % rabatt. Hva betaler du?

3.88 En pris på 250 kr øker med 8 %. Hva blir den nye prisen?

3.89 Finn den opprinnelige verdien.

a) Etter en økning på 20 % er verdien 360.

b) Etter en nedgang på 10 % er verdien 450.

c) Etter en økning på 5 % er verdien 525.

3.90 Etter 25 % rabatt koster en vare 150 kr. Hva kostet den før?

3.91 Etter en lønnsøkning på 3 % er lønna 30 900 kr. Hva var den før?

3.92 Hvor mange prosent er endringen når vekstfaktoren er

a) 1,4?

b) 0,7?

c) 1,05?

3.93 Per regner ut en økning på 10 % av 300 som $300 \cdot 0{,}10 = 30$ og sier at den nye verdien er 30. Hva er galt?

3.94 Etter en økning på 20 % er verdien 600. Kari regner $600 \cdot 0{,}80 = 480$ for å finne den opprinnelige verdien. Hva er galt? Hva er riktig svar?

3.95 En vare koster 360 kr etter 20 % rabatt. Hva kostet den før, og hvor mye var rabatten i kroner?

3.96 En pris øker med 20 %. Hvor mange prosent må den synke for å bli som før? Avrund til én desimal.

3.97 Hva blir utskriften?

Python

```
pris = 300
print(pris * 1.5)
print(pris * 0.8)
```

3.98 Hva blir utskriften?

Python

```
ny = 360
v = 0.8
print(ny / v)
```

3.99 Forklar hvorfor vi deler på vekstfaktoren for å finne den opprinnelige verdien.

3.3.2 Flere endringer og renter

EKSEMPEL *Opp og ned*

En pris på 500 kr øker med 20 % og synker så med 10 %. Hva blir prisen, og hvor mange prosent har den endret seg til sammen?

Løsning

$$500 \cdot 1{,}20 \cdot 0{,}90 = 500 \cdot 1{,}08 = 540 \text{ kr}.$$

Den samlede vekstfaktoren er 1,08, så prisen har økt med 8 %. Det er ikke $20 - 10 = 10$ %.

■

EKSEMPEL *Rabatt på rabatt*

En vare koster 500 kr. Du får først 20 % og så 10 % rabatt. Hva betaler du, og hvor mange prosent rabatt er det til sammen?

Løsning

$500 \cdot 0{,}80 \cdot 0{,}90 = 500 \cdot 0{,}72 = 360$ kr. Den samlede vekstfaktoren er 0,72, så rabatten er $1 - 0{,}72 = 0{,}28$, altså 28 % til sammen.

■

EKSEMPEL *Sparing med rente*

Du setter 10 000 kr i banken til 3 % rente per år. Hvor mye har du etter 5 år?

Løsning

$$10\,000 \cdot 1{,}03^5 \approx 11\,592{,}74.$$

Du har omtrent 11 593 kr etter 5 år.

■

EKSEMPEL *Verdifall*

En bil er verdt 300 000 kr og taper 12 % av verdien hvert år. Hva er den verdt etter 3 år?

Løsning

$$300\,000 \cdot 0{,}88^3 = 300\,000 \cdot 0{,}681472 \approx 204\,442.$$

Bilen er verdt omtrent 204 442 kr etter 3 år.

■

3.100 En pris på 500 kr øker med 10 % to ganger. Hva blir prisen, og hvor mange prosent har den økt til sammen?

3.101 Finn den samlede vekstfaktoren.

a) Økning på 10 % og så nedgang på 10 %

b) Nedgang på 50 % og så økning på 50 %

c) Økning på 20 % to ganger

3.102 En vare får 20 % rabatt og så 10 % ekstra rabatt. Hvor mange prosent rabatt er det til sammen?

3.103 En pris på 1 000 kr øker med 20 % to ganger. Hva blir prisen?

3.104 Du setter 2 000 kr i banken til 5 % rente per år. Hvor mye har du etter 2 år?

3.105 Du setter 10 000 kr i banken til 4 % rente per år. Hvor mye har du etter 2 år?

3.106 Du setter 1 000 kr i banken til 10 % rente per år. Hvor mye har du etter 3 år?

3.107 Du setter 8 000 kr i banken til 3 % rente per år. Hvor mye har du etter 5 år? Bruk kalkulator, og avrund til nærmeste krone.

3.108 En bil er verdt 100 000 kr og taper 20 % av verdien hvert år. Hva er den verdt etter 2 år?

3.109 En maskin er verdt 50 000 kr og taper 10 % av verdien hvert år. Hva er den verdt etter 3 år?

3.110 En by har 1 000 000 innbyggere, og folketallet øker med 1 % per år. Hvor mange er det etter 2 år?

3.111 1 000 kr står i banken til 10 % rente per år. Etter hvor mange hele år er beløpet over 1 500 kr?

3.112 Ola sier at 5 % rente i 4 år er 20 % til sammen. Hva er galt? Hvor mange prosent er det egentlig? Avrund til én desimal.

3.113 Lise sier at en nedgang på 20 % og så en økning på 20 % gir tilbake den opprinnelige verdien. Hva er galt?

3.114 Hva blir utskriften?

Python

```
belop = 1000
for ar in range(1, 4):
    belop = belop * 1.1
    print(ar, round(belop))
```

3.115 Hva blir utskriften?

Python

```
belop = 100
for ar in range(3):
    belop = belop * 2
    print(belop)
```

3.116 Forklar hvorfor 3 % rente i 5 år ikke er 15 % til sammen.

Fasit

3.1.1 Brøk i praksis

3.1
a) 0,5
b) 0,25
c) 0,6
d) 0,625

3.2
a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{1}{5}$

3.3
a) 50 %
b) 20 %
c) 75 %
d) 12,5 %

3.4
a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{4}{5}$

3.5
a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{5}$

3.6
a) $\frac{5}{10}$
b) $\frac{15}{20}$
c) $\frac{8}{12}$

3.7
a) 30
b) 120
c) 60
d) 315

3.8
a) $\frac{5}{8}$
b) $\frac{3}{8}$

3.9
a) $\frac{3}{4} = 0{,}75$ er større enn $\frac{2}{3} \approx 0{,}667$.
b) $\frac{5}{8} = 0{,}625$ er større enn $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

3.10
a) $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$
b) $\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\ \%$

3.11
$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\ \%$

3.12
Man kan ikke trekke fra det samme tallet. Man må dele teller og nevner på det samme tallet: $\frac{12:4}{20:4} = \frac{3}{5}$.

3.13
$1:3 = 0{,}333\ldots$, så det er litt mer enn 0,3. Avrundet til to desimaler er svaret 0,33.

3.14
$\frac{3}{8} = 0{,}375$, $\frac{1}{2} = 0{,}5$ og $\frac{5}{8} = 0{,}625$, så rekkefølgen er $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$.

3.15
0.5 og 0.75

3.16
35.0, fordi $\frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\ \%$.

3.17
Deler vi både teller og nevner på 2, får vi $\frac{3}{8}$. Helheten er delt i halvparten så mange deler, og vi tar halvparten så mange. Mengden vi har, er den samme.

3.1.2 Regning med brøk

3.18
a) $2 \cdot 2 \cdot 3$
b) $2 \cdot 3 \cdot 3$
c) $2 \cdot 3 \cdot 5$
d) $3 \cdot 3 \cdot 5$

3.19
$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ og $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. Vi stryker $2 \cdot 2 \cdot 3$ og får $\frac{5}{7}$.

3.20
a) $\frac{2}{3}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{4}$

3.21
a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
c) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
d) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3.22
a) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
b) $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
c) $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$
d) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$

3.23
a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{9}{10}$
d) $\frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$

3.24
a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$
c) 6
d) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

3.25
a) 2
b) $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$
c) 2
d) $3 \cdot \frac{4}{3} = 4$

3.26
$2 : \frac{1}{4} = 2 \cdot 4 = 8$ porsjoner.

3.27
a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$
b) $\frac{15}{15}-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$

3.28
Brukt: $\frac{8}{20}+\frac{5}{20}=\frac{13}{20}$. Igjen: $\frac{20}{20}-\frac{13}{20}=\frac{7}{20}$.

3.29
Han har lagt sammen både tellere og nevnere. Riktig er $\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$.

3.30
Hun har ganget i stedet for å dele. Å dele med en brøk er å gange med den omvendte: $\frac{3}{4}\cdot 2=\frac{3}{2}$.

3.31
3 8, fordi $\gcd(18,48)=6$.

3.32
$\frac{x}{4}=\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$, så $x=1$.

3.33
Å dele med $\frac{1}{2}$ spør hvor mange halve det er i et tall. Det er dobbelt så mange som hele, altså det samme som å gange med 2, som er den omvendte brøken av $\frac{1}{2}$.

3.2.1 Forhold og målestokk

3.34
a) 2 : 3
b) 2 : 5
c) 1 : 5
d) 2 : 3

3.35
$4:6=2:3$

3.36
a) $3\cdot 2=6$ dl
b) $9:3=3$ dl

3.37
Én del er $100:5=20$ kr, så delene er 20 kr og 80 kr.

3.38
Én del er $600:5=120$ kr, så delene er 240 kr og 360 kr.

3.39
Én del er $900:6=150$ kr, så delene er 150 kr, 300 kr og 450 kr.

3.40
Det er 6 deler, og én del er $3:6=0{,}5$ liter. Du trenger 0,5 liter saft og 2,5 liter vann.

3.41
$20:4=5$ kg

3.42
Det er 5 deler, og én del er 3 liter. Gul: 9 liter. Blå: 6 liter.

3.43
a) $2\cdot 50\,000=100\,000$ cm $=1$ km
b) $7\cdot 50\,000=350\,000$ cm $=3{,}5$ km

3.44
a) $3\cdot 100\,000=300\,000$ cm $=3$ km
b) 4 km $=400\,000$ cm, og $400\,000:100\,000=4$ cm.

3.45
a) $500\text{ cm}:50=10$ cm
b) $18\cdot 50=900$ cm $=9$ m

3.46
$8\cdot 25\,000=200\,000$ cm $=2$ km

3.47
Svaret 100 000 er i centimeter, ikke meter. 100 000 cm = 1 000 m = 1 km.

3.48
Lengden er 50 m og bredden er 40 m, så arealet er $50\cdot 40=2\,000$ m^2.

3.49
2.0, fordi 4 cm i målestokk 1 : 50 000 er 2 km.

3.2.2 Prosent og prosentandel

3.50
a) 20
b) 40
c) 90
d) 9

3.51
a) 20
b) 17
c) 90
d) 30

3.52
a) 25 %
b) 15 %
c) 60 %
d) 25 %

3.53
a) 25 %
b) 40 %
c) 75 %
d) 12,5 %

3.54
Rabatten er $0{,}30\cdot 500=150$ kr, og du betaler $500-150=350$ kr.

3.55
Rabatten er 300 kr, så du betaler 900 kr.

3.56
Mva er $0{,}25\cdot 360=90$ kr, og prisen med mva er 450 kr.

3.57
Mva er 30 kr, så prisen er 230 kr.

3.58
a) Økning på $\frac{10}{50}=20$ %
b) Økning på $\frac{20}{80}=25$ %
c) Nedgang på $\frac{50}{200}=25$ %
d) Økning på $\frac{30}{60}=50$ %

3.59
Økningen er $0{,}04\cdot 30\,000=1\,200$ kr, og den nye lønna er 31 200 kr.

3.60
$\frac{20}{25}\cdot 100\,\%=80\,\%$

3.61
Han deler på den nye prisen. Endringen regnes i forhold til den opprinnelige prisen: $\frac{40}{200}\cdot 100\,\%=20\,\%$.

3.62
Hun har brukt 20 i stedet for 0,20. Riktig er $0{,}20\cdot 150=30$.

3.63
$\frac{200}{800}\cdot 100\,\%=25\,\%$

3.64
100.0, fordi rabatten er 20 % av 500.

3.65
180.0, fordi 10 % av 200 er 20, og $200-20=180$.

3.66
Forskjellen er 15 kr.
a) $\frac{15}{75}\cdot 100\,\%=20\,\%$
b) $\frac{15}{90}\cdot 100\,\%\approx 16{,}7\,\%$

3.2.3 Prosentpoeng og promille

3.67
a) Opp 6 prosentpoeng
b) Ned 5 prosentpoeng
c) Opp 4 prosentpoeng
d) Ned 6 prosentpoeng

3.68
a) 5 prosentpoeng
b) $\frac{5}{10}\cdot 100\,\%=50\,\%$

3.69
a) 10 prosentpoeng
b) $\frac{10}{40}\cdot 100\,\%=25\,\%$

3.70
a) 0,005
b) 0,012
c) 0,25
d) 0,0008

3.71
a) 3 ‰
b) 40 ‰
c) 500 ‰

3.72
a) 2 %
b) 0,3 %
c) 50 %

3.73
a) 10 ‰
b) 5 ‰
c) 120 ‰

3.74
$0{,}002 \cdot 3\,000\,000 = 6\,000$ kr

3.75
$0{,}003 \cdot 2\,500\,000 = 7\,500$ kr

3.76
$0{,}004 \cdot 50\,000 = 200$

3.77
Avisen blander prosent og prosentpoeng. Oppslutningen økte med 3 prosentpoeng, og i forhold til før er økningen $\frac{3}{12} \cdot 100\,\% = 25\,\%$.

3.78
a) $\frac{4}{2} \cdot 100\,\% = 200\,\%$
b) 4 flere tilfeller

3.79
2 prosentpoeng. I prosent er nedgangen $\frac{2}{8} \cdot 100\,\% = 25\,\%$.

3.80
`0.7`. Det betyr at 7 ‰ = 0,7 %.

3.81
```
1.0
2.0
```

3.82
Prosentpoeng er forskjellen mellom to prosenttall. Prosent regnes i forhold til det tallet var før. Fra 20 % til 25 % er økningen 5 prosentpoeng, men $\frac{5}{20} =$ 25 % i forhold til før.

3.3.1 Vekstfaktor

3.83
a) 1,20
b) 0,80
c) 1,05
d) 0,65

3.84
a) 2
b) 0,5
c) 1,025
d) 0,995

3.85
a) Økning på 15 %
b) Nedgang på 10 %
c) Økning på 3 %
d) Nedgang på 25 %

3.86
a) $600 \cdot 1{,}20 = 720$
b) $600 \cdot 0{,}80 = 480$
c) $1\,500 \cdot 1{,}04 = 1\,560$
d) $80 \cdot 0{,}95 = 76$

3.87
$800 \cdot 0{,}85 = 680$ kr

3.88
$250 \cdot 1{,}08 = 270$ kr

3.89
a) $360 : 1{,}20 = 300$
b) $450 : 0{,}90 = 500$
c) $525 : 1{,}05 = 500$

3.90
$150 : 0{,}75 = 200$ kr

3.91
$30\,900 : 1{,}03 = 30\,000$ kr

3.92
a) Økning på 40 %
b) Nedgang på 30 %
c) Økning på 5 %

3.93
Han regner ut økningen, ikke den nye verdien. Vekstfaktoren er 1,10, og den nye verdien er $300 \cdot 1{,}10 = 330$.

3.94
Hun må dele på vekstfaktoren: $600 : 1{,}20 = 500$. Økningen var 20 % av den opprinnelige verdien, ikke av 600.

3.95
Før: $360 : 0{,}80 = 450$ kr. Rabatten er $450 - 360 = 90$ kr.

3.96
Vi trenger v med $1{,}20 \cdot v = 1$, altså $v = \frac{1}{1{,}20} \approx 0{,}833$. Nedgangen er omtrent 16,7 %.

3.97
```
450.0
240.0
```

3.98
`450.0`, fordi $360 : 0{,}8 = 450$.

3.99
Ny verdi er gammel verdi ganget med vekstfaktoren. Å dele er det motsatte av å gange, så vi deler den nye verdien på vekstfaktoren for å komme tilbake til den gamle.

3.3.2 Flere endringer og renter

3.100
$500 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}10 = 500 \cdot 1{,}21 = 605$ kr. Økningen er 21 % til sammen.

3.101
a) $1{,}10 \cdot 0{,}90 = 0{,}99$
b) $0{,}50 \cdot 1{,}50 = 0{,}75$
c) $1{,}20 \cdot 1{,}20 = 1{,}44$

3.102
$0{,}80 \cdot 0{,}90 = 0{,}72$, så rabatten er 28 % til sammen.

3.103
$1\,000 \cdot 1{,}20^2 = 1\,440$ kr

3.104
$2\,000 \cdot 1{,}05^2 = 2\,000 \cdot 1{,}1025 = 2\,205$ kr

3.105
$10\,000 \cdot 1{,}04^2 = 10\,816$ kr

3.106
$1\,000 \cdot 1{,}10^3 = 1\,331$ kr

3.107
$8\,000 \cdot 1{,}03^5 \approx 9\,274$ kr

3.108
$100\,000 \cdot 0{,}80^2 = 64\,000$ kr

3.109
$50\,000 \cdot 0{,}90^3 = 50\,000 \cdot 0{,}729 = 36\,450$ kr

3.110
$1\,000\,000 \cdot 1{,}01^2 = 1\,020\,100$

3.111
$1{,}10^4 = 1{,}4641$ gir 1 464 kr, og $1{,}10^5 \approx 1{,}6105$ gir 1 611 kr. Beløpet er over 1 500 kr etter 5 år.

3.112
Renten regnes av et stadig større beløp, så prosentene kan ikke legges sammen. $1{,}05^4 \approx 1{,}2155$, så økningen er omtrent 21,6 %.

3.113
Den andre endringen regnes av en lavere verdi. $0{,}80 \cdot 1{,}20 = 0{,}96$, så verdien er 4 % lavere enn i starten.

3.114
```
1 1100
2 1210
3 1331
```

3.115
```
200
400
800
```
Beløpet dobles hver gang.

3.116
Hvert år regnes renten av beløpet vi har akkurat da, som inneholder renter fra tidligere år. Vekstfaktorene ganges: $1{,}03^5 \approx 1{,}159$, så økningen er litt mer enn 15 %.